Rješenjem jednačine (1) nazivamo svaku funkciju $z = z(x, y)$ koja je neprekidno-diferencijabilna u oblasti G i koja zamijenjena u (1) daje identitet, tj. $\forall (x, y) \in G:\ P(x, y)\dfrac{\partial z(x, y)}{\partial x} + Q(x, y)\dfrac{\partial z(x, y)}{\partial y} \equiv 0$. Geometrijski rješenje jednačine (1) predstavlja (glatku) površ u prostoru R^3_{xyz} (integralna površ).

Uvedimo pojam karakteristike za jednačinu (1). Sistem jednačina

$$\begin{cases} x' = P(x, y) \\ y' = Q(x, y) \end{cases}, \tag{4}$$

(ovdje je t nova nezavisno promjenljiva), nazivamo sistem karakteristika jednačine (1), a njegova rješenja karakteristikama jednačine (1).

Da bismo riješili jednačinu (1) uvedimo pojam prvog integrala sistema karakteristika (4). Prvi integral sistema karakteristika (4) je svaka neprekidno-diferencijabilna funkcija, različita od konstante, koja na svakoj karakteristici sistema (4) ima konstantnu vrijednost. Uočimo da je prvi integral sistema karakteristika (4) zapravo proizvoljno (opšte) rješenje jednačine

$$\frac{dx}{P(x, y)} = \frac{dy}{Q(x, y)}. \tag{5}$$

Primjer 1. Odrediti prvi integral sistema karakteristika jednačine $y\dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$ (6).

Sistem karakteristika je $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$ (7). Za rješavanje ovog sistema primijenićemo metod eliminacije. Kako je $x'' = y' = -x$, to je $x'' + x = 0$, odnosno $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t$. Zamjenom x u drugoj jednačini sistema (7) dobijamo da je $y = C_1 \sin t - C_2 \cos t$. Slijedi, karakteristike jednačine (6) su: $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t$, $y = C_1 \sin t - C_2 \cos t$. Kako je $x^2 + y^2 = C_1^2 + C_2^2 = C$, gdje je C konstanta, to je $x^2 + y^2 = C$ prvi integral sistema karakteristija (7). Ako koristimo jednačinu (5), tada je $\dfrac{dx}{-y} = \dfrac{dy}{x}$, odnosno $xdx + ydy = 0$. Odavde slijedi da je $d\left(\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{2}\right) = 0$, odnosno $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{2} = \dfrac{C}{2}$, tj. $x^2 + y^2 = C$, gdje je C konstanta.

Zadržimo se još malo na primjeru 1. Uočimo da je funkcija $z = x^2 + y^2$ rješenje jednačine (6). Rješenje će biti i funkcija $z = f\left(x^2 + y^2\right)$, gdje je f proizvoljna neprekidno-diferencijabilna funkcija, jer je $y\dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} = y \cdot f' \cdot 2x - x \cdot f' \cdot 2y = 0$.